

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميله

المحور الأول: دالة الإنتاج في المدى القصير

يهدف هذا المحور إلى:

- تعريف الطلبة بأهم مصطلحات الاقتصاد الجزئي.
- الإلمام بمفهوم دالة الإنتاج وكذا عوامل الإنتاج، وأهم الفترات التي يمر بها الإنتاج.
- التعرف على مفهوم الإنتاج في المدى القصير وأنواع الإنتاج في هذه الفترة.
- التعرف على أبرز مراحل الإنتاج.

مقدمة:

يعتبر الاقتصاد الجزئي من بين أهم المقاييس المدروسة في مختلف كليات العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير في مختلف مناطق العالم بل لا يكاد يخلو أي تخصص من التخصصات الجامعية إلا و فيه شيء من محتويات هذا المقياس، لقد تطرقت نظرية الإنتاج كغيرها من النظريات الاقتصادية تطورا كبيرا منذ عهد الطبيعيين حيث إعتبروا هو خلق مادة بمعنى حصول على مادة جديدة من مادة موجودة فعلا.

يعد الإنتاج النشاط الأساسي للاقتصاد لأنه يسبق الأنشطة الثانية ومن جهة أخرى يمثل المحدد الرئيسي للعرض أي وضع السلع والخدمات في متناول المستهلكين أو من يقوم باستخدامها مرة ثانية لكن هذه العملية تقوم على مجموعة من العوامل التي تساهم في الإنتاج المواد الأولية، السلع الوسيطة، العمل.... الخ، وتتفاعل هذه العوامل فيما بينها يتم الحصول على منتج أو مجموعة من المنتجات يمكن فرضها في السوق.

كما يهتم التحليل الاقتصادي الجزئي بدراسة سلوك الوحدات الاقتصادية الفردية، سواء كانت استهلاكية كتوزيع دخل العائلة المحدود على احتياجاتها من السلع والخدمات، أو إنتاجية كتوجيه الموارد الذي تمتلكها المنشأة على الاستخدامات المتنافسة.

أولاً: دالة الإنتاج في المدى القصير

إن المنتجات (سلعا كانت أم خدمات) التي يطلبها المستهلك لا يمكن تصور وجودها من العدم، بل لابد من وجود أطراف أخرى تعمل على توفيرها في المكان والزمان المناسبين، وهذه الأطراف هي جمهور المنتجين (المؤسسات) لمنتجون عندما يقدمون على إنتاج منتجات يتحملون في ذلك مجموعة من التكاليف تمثل تعويض لعناصر الإنتاج المساهمة في تحقيق هذا المنتجات، هذه العناصر التي لا يمكن لأية عملية إنتاج أن تتم في غيابها .

1- ماهية دالة الإنتاج

ستم التطرق في هذا العنصر مفهوم الإنتاج وعوامله، وفترات الإنتاج.

أ- مفهوم الإنتاج

وردت عدة تعاريف للإنتاج يمكن ذكر أهمها في: محمد حصاص

يقصد بالإنتاج خلق المنفعة أو زيادتها، وعليه يمثل الإنتاج أي عملية تسهم في تحقيق نفع، أو تجعل السلع مفهوم الإنتاج

والخدمات في متناول المستهلك. ويمكن التمييز هنا بين مفهومين للإنتاج:

➤ **المفهوم الفني للإنتاج:** وهو الذي يبحث في العلاقة بين المستخدم (المنتج)، أي العلاقة بين مقدار الكمية من عوامل الانتاج المستخدمة في إنتاج سلعة ما وكمية الإنتاج من السلعة محل الدراسة بغض النظر عن الأسعار. ويعبر عن العلاقة بين عناصر الإنتاج وكمية الإنتاج بدالة الإنتاج.

➤ **المفهوم الاقتصادي للإنتاج:** وهو مفهوم يبحث في تحقيق أكبر قدر ممكن من إنتاج سلعة ما بتوظيف كمية محدودة من عوامل الإنتاج، أو تحقيق قدر معين من الإنتاج بتوظيف كمية أقل من عوامل الإنتاج (أقل التكاليف).

كما يعرف الإنتاج على أنه عملية إعداد وموائمة الموارد المتاحة لإشباع الرغبات البشرية وذلك بتغيير نوعيتها المادية والكيميائية أو الحيوية لتحويلها إلى الصورة التي تحقق الإشباع كما يشمل الإنتاج أيضا التغيير المكاني كالنقل أو الزماني كالنخزين لتلك الموارد.

ب- عوامل الإنتاج

يقوم المنتج بتحويل عناصر الإنتاج ومزجها بطرق مختلفة بغية الحصول على منتجات قابلة للاستعمال في تلبية حاجات المستهلكين، ويكون المنتج ذو سلوك عقلاني يمكنه من تحديد التوليفة المثلى من عناصر الإنتاج اللازمة للحصول على منتجات قابلة للاستخدام وبأقل تكلفة ممكنة، ويمكن تقسيم عوامل الإنتاج وفق الجدول التالي:

الجدول رقم (01): أنواع عوامل الإنتاج

عوامل الإنتاج الثابتة	عوامل الإنتاج المتغيرة
- هو العامل الذي لا يمكن تغييره في المدى القصير، وذلك لعدة أسباب منها: مالية وتقنية. - يقصد بالمدى القصير الفترة الزمنية اللازمة لدورة الإنتاجية. - تتمثل أبرز عوامل الإنتاج الثابتة في: الآلات، الأراضي، المباني، ...	- فهي عبارة عن عوامل إنتاج يمكن تغييرها خلال فترة الإنتاج، وذلك حسب الطاقة الإنتاجية للمؤسسة. - تتمثل أبرز عوامل الإنتاج المتغيرة في: اليد العاملة، الطاقة، المواد الأولية، ...

ج- فترات الإنتاج

ويمكن تناول موضوع الإنتاج وفق منظورين حسب الفترة الزمنية:

➤ **الإنتاج في الفترة القصيرة:** يعرف الإنتاج بأنه خلق منفعة أو زيادتها أو هو تكييف الموارد الإنتاجية وجعلها سلعا وخدمات قابلة للاستعمال، ومن الناحية الرياضية تكون دالة الإنتاج عبارة عن علاقة فنية وتكنولوجية بين المدخلات المادية المستخدمة من عوامل الإنتاج كمتغيرات مستقلة وبين حجم الإنتاج من سلعة معينة كمتغير تابع، وتكون الدالة بالصيغة التالية: $Q = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ حيث يعبر: Q عن حجم الإنتاج، وتعبر قيم X عن أحجام مختلف عناصر الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية.

➤ **الإنتاج في الفترة الطويلة:** تعتمد النظرية التقليدية في تحليلها للإنتاج في المدى الطويل على ما يسمى بقانون غلة الحجم، حيث تتوفر للمنتج إمكانية تغيير جميع عناصر أو عوامل الإنتاج دون استثناء، وذلك حسب ما يتطلبه نشاط المؤسسة لمواجهة متطلبات السوق، حيث يمثل الأجل الطويل الفترة الزمنية التي يتمكن خلالها المنتج من تغيير جميع عناصر الإنتاج الثابتة والمتغيرة، أو بعبارة أخرى يتم تغيير حجم المشروع ككل.

الجدول رقم (02): يوضح الفرق بين الإنتاج في الفترة القصيرة والطويلة

الإنتاج في الفترة القصيرة	الإنتاج في الفترة الطويلة
- الفترة القصيرة هي الفترة الزمنية التي يمكن فيها للمشروع تغيير الكمية المنتجة من خلال تغيير كمية بعض عناصر الإنتاج المستخدمة (مثل العمل)، بينما تظل عناصر الإنتاج الأخرى ثابتة (كالمباني والآلات). وعليه فالفترة القصيرة هي الفترة التي يبقى فيها على الأقل عنصر واحد من عناصر الإنتاج متغيرا بينما تتغير باقي عناصر.	- الفترة الطويلة فهي الفترة الزمنية التي تصبح فيها جميع عناصر الإنتاج المستخدمة متغيرة. - يمكن اعتبارها بالفترة التي تشمل الأفق التخطيطي الذي تتغير خلاله العملية الإنتاجية.

د- مفهوم دالة الإنتاج

➤ تعرف دالة الإنتاج بأنها العلاقة بين المدخلات (عناصر الإنتاج) والمخرجات (الناتج) (الكمية المنتجة من السلع)، وبالتالي فإن دالة الإنتاج لأي سلعة هي المعادلة أو الجدول أو الشكل الذي يوضح أعظم كمية من هذه السلعة التي يمكن أن تنتج باستعمال المدخلات في فترة زمنية معينة حيث يمكن صياغتها على الشكل التالي:

$$Q = f(L, K, T, \dots)$$

حيث: Q تمثل حجم الإنتاج

L, K تمثل عوامل الإنتاج: رأس المال والعمل على التوالي

T : العامل التكنولوجي

➤ صيغ التعبير عن دالة الإنتاج: يمكن التعبير عنها بطرق التالية: بوكثير جبار

- نموذج رياضي: يبين العلاقة السببية الارتباطية بين كمية الإنتاج كعنصر تابع، وعوامل الإنتاج كعناصر مستقلة، وبشكل عام يمكن كتابة دالة الإنتاج الشكل التالي: $Q = PT = f(L, K)$ ، حيث يمكن من خلال هذا النموذج تحديد مستويات الإنتاج المقابلة لكل تركيبة من عوامل الإنتاج المستخدمة.
- جداول الإنتاج: يمكن التعبير عن الكمية المنتجة من خلال جدول يبين مختلف التركيبات عوامل الإنتاج المستخدمة للحصول على كل مستوى من مستويات الإنتاج من سلعة معينة.
- منحنى الإنتاج: يتم الحصول على منحنى الإنتاج من خلال ترجمة جدول الإنتاج أو دالة الإنتاج يكون في شكل بياني يوضح مختلف الكميات المستخدمة من عوامل الإنتاج للحصول على كل مستوى من مستويات الإنتاج.

ثانيا: تعريف دالة الإنتاج خلال الفترة القصيرة.

إن فهم العملية الإنتاجية بصورة دقيقة لا يتم إلا إذا ربطنا بين تطور عوامل الإنتاج، وبما أنه من الصعب جدا دراسة تطور كل العوامل في آن واحد، فإنه سيتم التركيز على عاملين فقط من عوامل الإنتاج هما رأس المال K والعمل L ونكتب الدالة كالاتي

$$Q = f(L, K)$$

حيث: K : عامل الإنتاج ثابت (رأس المال)

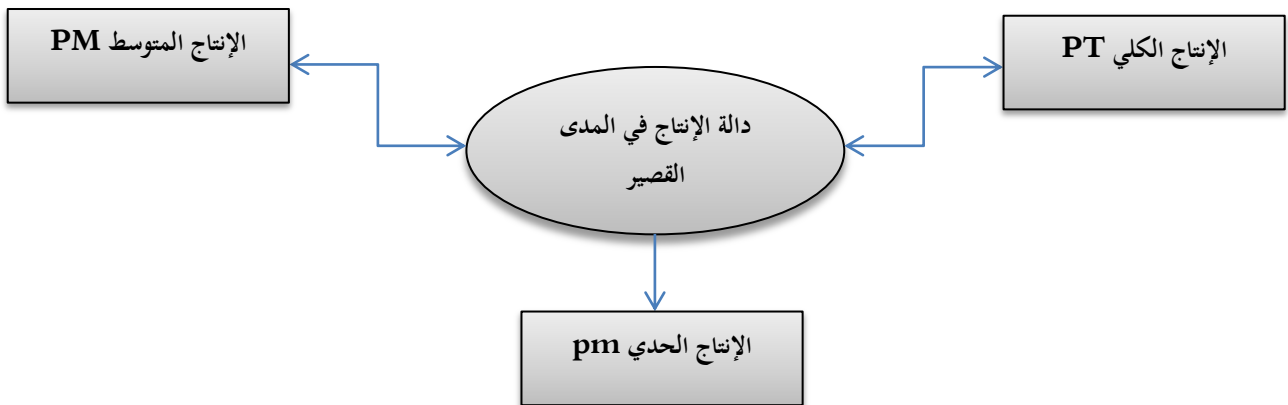
L : عامل الإنتاج متغير (العمل)

في المدى القصير يكون عنصر رأس المال ثابت وعنصر العمل متغير، وعليه نعبر على دالة الإنتاج الكلي

كما يلي: $Q = f(L)$ ، كما أن كمية الناتج تتزايد كلما زاد عدد وحدات العمل المستخدمة.

ويمكن التمييز في المدى القصير بين ثلاثة أنواع للإنتاج:

الشكل رقم (01): أنواع الإنتاج خلال الفترة القصيرة.



1- الناتج الكلي (PT): هي عبارة عن الكميات الكلية المنتجة من السلعة نتيجة استخدام كميات مختلفة من عوامل

الإنتاج ، ويتم تقديرها بالعلاقة الآتية: $PT = Q = f(L, K)$

2- الإنتاج المتوسط (PM): يمثل نسبة الإنتاج إلى كمية عنصر الإنتاج المستخدم، أو هو عبارة عن معدل إنتاج الوحدة الواحدة من عناصر الإنتاج.

يمثل الإنتاجية المتوسطة لأحد عوامل الإنتاج، والذي يشير إلى معدل الناتج الكلي إلى عدد الوحدات المستعمل من أحد عوامل الإنتاج ويكتب كما يلي:

الإنتاج المتوسط = حجم الإنتاج الكلي / عدد وحدات المستعمل من أحد عوامل الإنتاج.

➤ الناتج المتوسط بالنسبة لعنصر العمل:

$$PML = \frac{Q}{L} = \frac{PT}{L}$$

➤ الناتج المتوسط بالنسبة لعنصر رأس المال:

$$pmk = \frac{Q}{K} = \frac{PT}{K}$$

3- الإنتاج الحدي (pm): هو عبارة عن التغير في الإنتاج الكلي خلال عملية إنتاجية معينة بسبب تغير كمية عامل الإنتاج المتغير L بوحدة واحدة.

الناتج الحدي (pm) = $\frac{\text{التغير في الناتج الكلي}}{\text{عدد العمال}}$

$$pml = \frac{\Delta PT}{\Delta L} = \frac{Q_2 - Q_1}{L_2 - L_1}$$

➤ العلاقة بين الناتج الكلي، الحدي، والمتوسط

يمكن استنتاج وتلخيص العلاقة كما يلي:

أ- العلاقة بين الإنتاج الكلي والإنتاج الحدي

- عندما يكون الناتج الحدي موجبا، يكون الإنتاج الكلي متزايد أي أن الإنتاج يزيد بزيادة المستخدم من عنصر العمل، ويتك التمييز هنا بمرحلتين:

المرحلة الأولى: يكون الإنتاج الحدي موجب ومتزايد، يكون فيها الإنتاج الكلي متزايد بمعدل متزايد، بمعنى أن إنتاجية العامل الإضافي أكبر من إنتاجية العامل السابق.

المرحلة الثانية: يكون الإنتاج الحدي موجب لكن متناقص، قل من إنتاجية العمل السابق.

- عندما يكون الناتج الحدي يساوي الصفر، يكون الإنتاج الكلي في أقصى قيمة له.
- عندما يكون الناتج الحدي سالب، يكون الإنتاج الكلي متناقص، معنى هذا أن العامل الإضافي لا يزيد في الإنتاج وإنما ينقصه.

ب- العلاقة بين الإنتاج الكلي والمتوسط

يبلغ الإنتاج المتوسط أقصى قيمة له عندما يتساوى مع الإنتاج الحدي

➤ قانون تناقص الغلة (قانون الإنتاجية الحدية المتناقصة): يعني هذا القانون أنه عند تزايد أحد عوامل الإنتاج بوحدة

متساوية مع افتراض ثبات العوامل الأخرى فإن الناتج الكلي سيزيد بمعدل متزايد في البداية حتى مستوى معين الذي يزداد بمعدل متناقص عنده ، ومن ثم أي زيادة سوف تترجم بتناقص الناتج الكلي ولتوضيح ذلك نأخذ المثال التالي:

• الفروض التي يقوم عليها قانون تناقص الغلة: حتى يسري قانون تناقص الغلة يجب تحقق مجموعة من الشروط هي:

- أ- ثبات خدمات أحد عنصري الإنتاج و تغير خدمات عنصر الإنتاج الآخر.
- ب- الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير يجب أن تكون من طبيعة واحدة (متشابهة و ذات كفاءة متماثلة.
- ت- ثبات مستوى الفن الإنتاجي المعتمد في عملية الإنتاج .

ثالثا: مراحل الإنتاج والمنطقة الاقتصادية

1- المرحلة الأولى: وتبدأ هذه المرحلة من نقطة الأصل حتى النقطة التي يصل فيها الناتج المتوسط لأقصى قيمة له ويتقاطع في تلك النقطة مع منحني الناتج الحدي؛ حيث يزداد الناتج الكلي في بداية هذه المرحلة بمعدلات متزايدة وفي نهايتها أي بعد نقطة انعطافه، يصبح متزايدا ولكن بمعدلات متناقصة (في نقطة الانعطاف في منتصف هذه المرحلة يكون الناتج الحدي في أقصى قيمة له)، أي أن حدود هذه المرحلة هي:

$$L = 0 \quad \longrightarrow \quad PM_L = pm_L$$

2- المرحلة الثانية: وتبدأ هذه المرحلة من النقطة التي يصل فيها الناتج المتوسط لقيمته العظمى ثم يبدأ بعدها بالتناقص ويكون أعلى من الناتج الحدي الذي يستمر في التناقص من المرحلة الأولى حتى النقطة التي ينعدم فيها؛ وفي هذه النقطة الأخيرة يكون الناتج الكلي في أقصى قيمة، أي أن إنتاجية العنصر الثابت (رأس المال K) مازالت متزايدة مما أدى لزيادة الناتج الكلي رغم تناقص الناتج المتوسط للعنصر المتغير (العمل L) في هذه المرحلة؛ وأن حدود هذه المرحلة هي:

$$PML = PT \quad \longrightarrow \quad pm_L = 0$$

3- المرحلة الثالثة: وتبدأ هذه المرحلة من النقطة التي ينعدم فيها الناتج الحدي إلى ما لا نهاية حيث يستمر في هذه المرحلة انخفاض كل من الناتج الحدي سالباً والناتج المتوسط موجبا، وكذلك يبدأ معها الناتج الكلي في التناقص مما يدل على انخفاض إنتاجية كل عوامل الإنتاج الثابتة والمتغيرة (رأس المال K والعمل L)

السؤال المطروح هنا: ما هي أحسن مرحلة من مراحل الإنتاج؟

في المرحلة الأولى تكون الإنتاجية الحدية لعامل العمل (L) موجبة، يكون من مصلحة المنتج العقلاني الاستمرار في زيادة (L) طالما أن هناك إضافات موجبة للإنتاجية الكلية، أما المرحلة الثالثة تكون الإنتاجية الحدية للعمل pm_L سالبة، ولهذا فالمنتج العقلاني لا يقوم بإضافات أخرى للعمل L.

ومنه يستنتج أن المرحلة الثانية تكون مردوديتها الحدية والمتوسطة موجبة ومتناقصة على التوالي.

تمرين رقم (01): يمثل الجدول التالي الإنتاج الكلي الناتج عن استخدام وحدات من عنصر الأرض والعمل على افتراض إضافة وحدات متتالية ومتساوية من عنصر العمل إلى الكمية الثابتة من عنصر الأرض.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	الأرض K
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	العمل L
120	140	150	150	140	120	90	50	20	0	الإنتاج الكلي PT

المطلوب: حساب كل من الناتج المتوسط (PML)، والناتج الحدي (pml).

الحل:

1- حساب الإنتاج المتوسط (PML)

$$PML = \frac{PT}{L}$$

$$PML_1 = \frac{20}{1} = 20$$

حساب باقي القيم الجدول بنفس الطريقة

2- حساب الإنتاج الحدي (pml)

$$pml = \frac{PT_1 - PT_0}{L_1 - L_0}$$

$$pml = \frac{20 - 0}{1 - 0} = 20$$

حساب باقي القيم الجدول بنفس الطريقة.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	الأرض K
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	العمل L
120	140	150	150	140	120	90	50	20	0	الإنتاج الكلي PT
-20	-10	0	10	20	30	40	30	20	-	الإنتاج الحدي pml
13.33	17.5	21.42	25	28	30	30	25	20	-	الإنتاج المتوسط PML

تمرين رقم (02): لتكن دالة الإنتاج في المدى القصير لمؤسسة ما كالآتي:

$$Q = -5L^3 + 10L^2 + 20L$$

المطلوب:

- 1- أحسب الإنتاجية المتوسطة والحدية للعمل L في المدى القصير.
- 2- أحسب قيم L التي يتحقق عندها .pml=PML.
- 3- أحسب مستوى الإنتاج الأمثل.
- 4- حدد مراحل إنتاج المؤسسة في المدى القصير.

الحل:

1- حساب الإنتاجية المتوسطة والحدية للعمل L في المدى القصير

• حساب الإنتاجية المتوسطة للعمل L

$$PML = \frac{Q}{L} = \frac{-5L^3 + 10L^2 + 20L}{L}$$

$$PML = -5L^2 + 10L + 20$$

• حساب الإنتاجية الحدية للعمل L:

$$PmL = \frac{\delta Q}{\delta L} = -15L^2 + 20L + 20$$

2- حساب قيم L التي يتحقق عندها .pml=PML:

$$pml = PML = -15L^2 + 20L + 20 = -5L^2 + 20L + 20$$

$$-10L^2 + 10L = 0 \rightarrow +10L(-L+1) = 0$$

أي: L=0 , L=1

ومنه عند $L=1$ فإنه تتساوى الإنتاجية الحدية للعمل مع الإنتاجية المتوسطة للعمل، وفي هذه النقطة تكون الإنتاجية المتوسطة للعمل عند أعظم قيمة لها أي:

$$\frac{\delta PML}{\delta L} = -10L + 10 \longrightarrow L=1$$

3- حساب مستوى الإنتاج الأمثل:

يتحقق المستوى الأمثل عند:

$$PmL=0 \longrightarrow -15L^2 + 20L + 20$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (20)^2 - 4(-15)(20) = 1600$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1600} = 40$$

ومنه:

$$L1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-20 + 40}{2(-15)} = -0.66 \text{ مرفوض}$$

$$L2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-20 - 40}{2(-15)} = 2 \text{ مقبول}$$

ومنه: $L^*=2$ وحدة العمل

وبتعويض L^* في دالة الإنتاج يكون مستوى الإنتاج الأمثل هو:

$$Q = -5(2)^2 + 10(2) + 20(2) = 40 \text{ وحدة}$$

4- تحديد مراحل إنتاج المؤسسة في المدى القصير:

$$\bullet \text{ المرحلة الأولى: } [L = 0, L1 = \frac{\delta PML}{L} / (pmL = PML)]$$

ومنه: $[L=0, L=1[$

$$\bullet \text{ المرحلة الثانية: } [L1 = \frac{1}{L}, L^*(pmL = 0)]$$

ومنه: $[L=1, L^*=2[$

$$\bullet \text{ المرحلة الثالثة: } [L^*=2, L2=+\infty[$$